

MATHEMATIQUES (2L32PC1)

Examen session 2

01/07/ 2008

14h - 16h, aucun document n'est autorisé

Exercice I

Esquisser les courbes de niveau de la fonction $f(x, y) = xye^{-x^2-y^2}$.

Exercice II

a) Utiliser le différentiel total pour calculer approximativement la valeur

$$8.94\sqrt{9.99 - (1.03)^3}.$$

b) La pression d'un mole d'un gaz idéal augmente avec le taux de 0.05kPa/s, sa température augmente avec le taux 0.15°K/s. En utilisant l'équation $PV = 8.31T$, estimer grâce au calcul différentiel le taux de variation du volume du gaz si la pression initiale est de 20kPa et la température initiale de 320°K.

Exercice III

Soit \mathbf{F} le champ vectoriel 2D donné par $\mathbf{F}(x, y) = (y^2 - x^2y, xy^2)$. Soit C la courbe fermée composée de trois parties C_1, C_2, C_3 , où C_1 est la partie du cercle $x^2 + y^2 = 4$ entre $(2, 0)$ et $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$, C_2 est le segment entre $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ et $(0, 0)$, et C_3 est le segment entre $(0, 0)$ et $(2, 0)$. Calculer l'intégrale curviligne

$$\mathcal{I} = \oint_C \mathbf{F} \cdot ds.$$

Exercice IV

Soit R le domaine 2D borné par les droites $y = x$, $y = x - 2$, $y = -2x$ et $y = 3 - 2x$. Calculer l'intégrale

$$\iint_R (3x + 4y) d(x, y)$$

en effectuant le changement de variables

$$x = \frac{1}{3}(u + v), \quad y = \frac{1}{3}(v - 2u).$$

Exercice V

Chercher les extrema de $x^3 + y^3 + z^3$ sous les contraintes $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ et $x + y + z = 1$.