

OPTIQUE

Examen Juin 2011 (durée 2h) 2^{ème} Session

Documents interdits - L'usage des téléphones portables est interdit

I. Association de lentilles : le téléobjectif.

Un objectif d'appareil photographique est assimilé à une lentille mince convergente L_1 de distance focale image $f'_1=50$ mm et de centre optique O_1 . Le capteur CCD se trouve dans un plan fixe (P), perpendiculaire à l'axe optique de l'objectif. Pour la mise au point, on déplace l'objectif par rapport au plan du capteur. On appelle d la distance variable entre l'objectif et (P). On considère un objet réel de hauteur $h=2$ m et distant de $D= 50$ m de (P).

1. Montrer que la formule de conjugaison associée à l'objectif permet d'établir une relation entre d , D et f'_1 se présentant sous la forme d'une équation du second degré en d . Résoudre cette équation et justifier qu'une des deux solutions ne sera pas retenue.

On place maintenant entre l'objectif et (P) une lentille divergente L_2 de distance focale $f'_2=-2.5$ cm et de centre optique O_2 , à une distance $e= 3$ cm de L_1 . L'association des lentilles L_1 et L_2 est un système optique centré et constitue un téléobjectif.

2. Rappeler les différentes combinaisons objet réel/virtuel et image réelle/virtuelle données par une lentille divergente.

3. Quelle est la condition sur la position de l'image intermédiaire $A'_1B'_1$ pour que le téléobjectif forme sur (P) une image $A'B'$ réelle d'un objet réel AB situé à l'infini ?

4. Déterminer par le calcul la position de l'image $A'B'$. En déduire l'encombrement $\overline{O_1A'}$ du téléobjectif.

5. Faire une construction géométrique de la formation de l'image $A'B'$ de AB par le téléobjectif.

6. Calculer la hauteur de l'image que le système centré $\{L_1, L_2\}$ donne d'un bâtiment de 20 m de hauteur, situé à une distance de 500 m.

7. Déterminer en unités SI les éléments de la matrice de transfert $T(\overline{O_1O_2})$ du système centré $\{L_1, L_2\}$. En déduire la vergence V et la distance focale image f' du système centré. En déduire l'intérêt du téléobjectif par rapport à une simple lentille mince qui formerait une image réelle de même dimension.

II. Figure de diffraction donnée par une fente rectangulaire

Un plan opaque (P) d'axes Ox et Oy , est percé d'une fente rectangulaire de largeur $a=5$ mm suivant x et de longueur $b=5$ cm suivant y . On place juste derrière le plan (P) une lentille convergente L , de distance focale image $f'=50$ cm. Le plan (P) est éclairé sous incidence normale

par une onde plane monochromatique, de longueur d'onde $\lambda = 500 \text{ nm}$, d'amplitude unité. On observe la répartition de l'intensité lumineuse dans le plan focal image $P'(x_f, y_f)$ de L.

1. Donner la transmittance en amplitude $t(x, y)$ de la fente diffractante.
2. Donner l'intégrale qui traduit la diffraction à l'infini donnée par la fente et établir l'expression de l'amplitude complexe $\underline{u}(u, v)$ de l'onde diffractée en fonction des fréquences spatiales $u = x_f / \lambda f'$ et $v = y_f / \lambda f'$.
3. En déduire l'expression de la répartition de l'intensité lumineuse $I(x_f, y_f)$ dans le plan (P'). Tracer $I(x_f, 0) / (ab)^2$ en fonction de x_f en précisant la position des minima.
4. Donner la valeur en μm de la largeur totale Δx_f de la tâche centrale de diffraction.

III. Réseau de fentes éclairé en incidence normale.

Un réseau de fentes, consistant en un diaphragme percé de N fentes ($N \gg 1$) identiques et équidistantes de $d = 10 \mu\text{m}$, est éclairé sous incidence normale par une onde plane monochromatique, de longueur d'onde $\lambda = 590 \text{ nm}$, d'amplitude unité.

1. Faire un schéma du réseau et indiquer la différence de marche δ introduite par ce dernier entre deux rayons diffractés par deux fentes successives dans la direction faisant l'angle θ avec la normale. En déduire la différence de phase Φ entre deux rayons issus de fentes consécutives.
2. On s'intéresse au maximum d'intensité d'ordre p diffracté dans la direction θ_p . Etablir la relation entre θ_p , d , λ et p .

On montre que la répartition de l'intensité lumineuse diffractée en fonction de Φ a pour expression $I(\Phi) = I_0 R(\Phi)$ où I_0 est l'intensité diffractée par une seule fente et $R(\Phi)$ la fonction réseau $R(\Phi) = N^2 [\sin(N\Phi/2) / N \sin(\Phi/2)]^2$.

3. Donner les positions des maxima principaux et celles des minima nuls de $R(\Phi)$. En déduire la largeur totale à la base $\delta\Phi$ d'un maximum principal.
4. Déterminer la largeur à la base $\delta\theta_p$ d'un pic de diffraction dans l'ordre p en fonction de d , N , θ_p et λ .

La source lumineuse est une lampe à vapeur de sodium qui émet deux raies de longueurs d'onde très voisines : $\lambda = 589 \text{ nm}$ et $\lambda' = 589.6 \text{ nm}$ (doublet jaune).

5. Déterminer l'écart angulaire $\Delta\theta_p = \theta'_p - \theta_p$ qui sépare les maxima principaux d'ordre p relatifs à λ et λ' , en fonction de d , θ_p , p et $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$.
6. On considère que les deux raies peuvent être distinguées si le critère de Rayleigh est satisfait. Rappeler ce critère. En déduire le pouvoir de résolution $PR = \lambda / \Delta\lambda$ en fonction de p et N .
A partir de quel ordre peut-on observer distinctement les deux raies ? On prendra un réseau de largeur $b = 4 \text{ mm}$.