

Thermodynamique - 15 mars 2011

L2 - physique - Université Paul Sabatier

Sans document - Calculatrice UPS autorisée - Durée 1h30

1 Cours

1. Etablir la relation de Mayer reliant les capacités thermiques à pression constante et à volume constant d'un gaz parfait.
2. En déduire les expressions de ces capacités thermiques en fonction (en particulier) du rapport γ des capacités thermiques à pression constante et à volume constant d'un gaz parfait.
3. Etablir la relation de contrainte de Laplace reliant deux des variables thermodynamiques lors d'une transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait.

2 Problème

Une masse $m = 0,1\text{ g}$ d'Hélium, considéré comme un gaz parfait, est contenue dans un récipient cylindrique de diamètre 5 cm, vertical, fermé par un piston de masse négligeable mobile sans frottement. Les parois du récipient (de très faible épaisseur) et le piston sont perméables à la chaleur et de capacités thermiques négligeables. L'ensemble est placé dans une enceinte à la température $T_0 = 293\text{ K}$ et à la pression $p_0 = 10^5\text{ Pa}$. L'état initial sera noté A. On donne la constante des gaz parfaits $R = 8,315\text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$, la masse molaire de l'Hélium $M = 4\text{ g.mol}^{-1}$ et l'accélération de la pesanteur $g = 9,81\text{ m.s}^{-2}$. Le rapport γ entre les capacités thermiques à pression constante et à volume constant de l'Hélium vaut $5/3$.

1. On isole le récipient et le piston avec de la laine de verre. On supposera dans un premier temps que cette isolation est parfaite.
Un opérateur dépose alors des grains de sable un par un sur le piston, de telle sorte que la transformation pourra être supposée réversible. A la fin de l'opération, la masse déposée est de 30 kg .
 - (a) Déterminer la pression, la température et le volume à l'état final noté B
 - (b) Calculer la quantité d'énergie reçue par l'Hélium sous forme mécanique (travail) au cours de la transformation $A \rightarrow B$.
2. L'épaisseur de la couche de laine de verre est de 5 cm. On suppose que les températures des surfaces de cet isolant sont égales respectivement à celle de l'Hélium et du milieu extérieur. Les transferts de chaleur dans la laine de verre sont régis par la loi de Fourier

$\vec{j} = -\lambda \text{grad}(T)$ où $\vec{j}$ est le vecteur densité de flux de chaleur et λ la conductivité thermique de la laine de verre.

- (a) Etablir l'expression de la résistance thermique de conduction de la couche d'isolant latérale (cylindrique) en fonction de λ , L (distance entre le fond du récipient et le piston), D (diamètre du récipient) et e (épaisseur de la couche d'isolant).
 - (b) Etablir la résistance de conduction des couches d'isolant placées sur le piston et sous le fond du récipient en fonction de λ , e et D .
 - (c) Sachant que $\lambda = 0,04 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, et en supposant (pour les besoins de l'exercice) que sa capacité thermique est négligeable, quel est le flux de chaleur échangé entre l'Hélium dans l'état B et le milieu extérieur ?
 - (d) Discuter alors de la pertinence de l'hypothèse d'une isolation parfaite dans la question précédente.
 - (e) En considérant une vitesse de descente du piston constante, quel est l'ordre de grandeur du temps que doit durer la transformation $A \rightarrow B$ pour que l'hypothèse de validité de la relation de Laplace de la question précédente soit justifiée ? Commenter le résultat.
3. On suppose à nouveau que l'isolation était parfaite. L'Hélium étant toujours dans l'état B, on enlève l'isolant et on laisse évoluer le système vers un nouvel état d'équilibre noté C.
 - (a) Déterminer la pression, la température et le volume dans ce nouvel état d'équilibre.
 - (b) Calculer les quantités d'énergie reçues par l'Hélium sous forme mécanique (travail) et sous forme thermique (chaleur) au cours de la transformation $B \rightarrow C$.
4. L'Hélium étant dans l'état C, on bloque le piston et on place le récipient dans un milieu extérieur de volume infini à pression nulle. La paroi du récipient est percée par un trou de section $s = 10^{-8} \text{ m}^2$. On supposera que la température de l'Hélium reste constante tout au long de la transformation et que toutes les molécules ont une vitesse égale à la vitesse quadratique moyenne $v = \sqrt{\frac{3RT_0}{M}}$.
 - (a) Déterminer la loi d'évolution de la pression de l'Hélium en fonction du temps (préciser les hypothèses éventuelles adoptées).
 - (b) Au bout de combien de temps la pression dans le récipient est-elle égale à $\frac{3}{5}p_C$?
5. L'Hélium étant à nouveau dans l'état C, le piston bloqué, on place le récipient au contact d'un second récipient de volume identique dans lequel on a fait le vide. La paroi séparant les deux récipients est percée par un trou de section $s = 10^{-8} \text{ m}^2$. On supposera que la température de l'Hélium reste constante tout au long de la transformation et que toutes les molécules ont une vitesse égale à la vitesse quadratique moyenne.
 - (a) Déterminer la loi d'évolution de la pression de l'Hélium en fonction du temps.
 - (b) Au bout de combien de temps la pression dans le récipient est-elle égale à $\frac{3}{5}p_C$?