

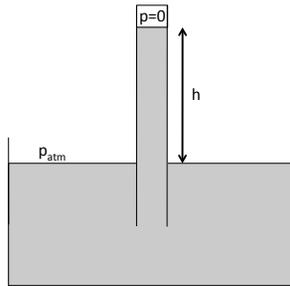
Thermodynamique - mars 2010

L2 - physique - Université Paul Sabatier

Calculatrice UPS autorisée - Durée 1h30

1 Loi de l'hydrostatique

1. Etablir la relation liant la pression dans un liquide en fonction de l'altitude z , de la masse volumique ρ du liquide, de l'accélération g de la pesanteur et de la pression p_0 à $z = 0$.
2. On remplit un tube de 1 m de long avec du mercure ($\rho_{Hg} = 13600 \text{ kg.m}^{-3}$). On renverse ensuite ce tube (sans le vider) dans une bassine elle même contenant du mercure (cf. figure). Calculer la hauteur h du niveau de mercure dans le tube. On admettra que la pression au dessus du mercure dans le tube est nulle. On donne $g = 9,81 \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ et $p_{atm} = 101325 \text{ Pa}$.



2 Fuite dans une capsule spatiale

Une capsule spatiale régulée en température à 20°C contient 10 m^3 d'air assimilable à un gaz parfait ($R = 8,315 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$, masse molaire $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$). Une fuite est détectée causant une chute de pression à l'intérieur de la capsule de $p_i = 10^5 \text{ Pa}$ à $p = 0,8.10^5 \text{ Pa}$ en 10 min.

On supposera que la détente est suffisamment lente pour ne pas générer de vitesse macroscopique d'air au sein de la capsule, et que toutes les molécules d'air ont une vitesse égale à la vitesse quadratique moyenne.

1. Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit le nombre de molécules contenues dans la capsule.
2. En déduire la loi d'évolution de la pression en fonction du temps
3. Quelle est le diamètre du trou par où s'échappe l'air ?

3 Echange d'énergie sous forme mécanique lors de la détente d'un gaz parfait

On se propose dans ce problème de déterminer les échanges d'énergie sous forme mécanique entre un opérateur et un gaz parfait qui se détend de différentes façons entre un état d'équilibre initial noté A et un état d'équilibre final noté B .

Le système considéré est constitué par une masse $m = 0,1 \text{ kg}$ de gaz parfait ($R = 8,315 \text{ J.mol}^{-1}.K^{-1}$) de masse molaire $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$. Ce gaz est emprisonné dans un cylindre vertical indéformable de diamètre $D = 6 \text{ cm}$ fermé dans sa partie inférieure par une paroi indéformable et dans sa partie supérieure par un piston de masse négligeable, mobile sans frottement. L'ensemble des parois est perméable à la chaleur et toutes les expériences se font à l'intérieur d'un thermostat à la température $T = 293 \text{ K}$. La pression et la température initiales du gaz sont respectivement $p_A = 10^6 \text{ Pa}$ et $T_A = 293 \text{ K}$. La pression à l'état final est égale à celle de l'atmosphère (l'opérateur n'exerce plus de force sur le piston à l'état final). On appellera "travail récupéré par l'opérateur" les échanges d'énergie sous forme mécanique liés à une force exercée autre que celle exercée par l'atmosphère.

1. Détente isotherme (réversible): le passage de l'état A à l'état B est tout d'abord effectué par une transformation isotherme.
 - (a) Calculer la force exercée par l'opérateur $F_A^{(op)}$ pour maintenir le gaz dans l'état initial A sachant que la pression atmosphérique est $p_a = 10^5 \text{ Pa}$.
 - (b) Calculer le travail $W_{A \rightarrow B}^{(1)}$ reçu par le système.
 - (c) Déterminer la part de ce travail récupéré par l'opérateur.
2. Détente brusque : dans cette configuration, l'opérateur lâche le piston brusquement. Le système évolue alors vers le même état d'équilibre B que dans la question précédente. Calculer le travail $W_{A \rightarrow B}^{(2)}$ reçu par le système. Quelle est la quantité d'énergie échangée sous forme mécanique avec l'opérateur dans ce cas ?
3. Détente brusque en 2 étapes: l'opérateur réduit brusquement la force initiale exercée sur le piston de telle sorte que la pression extérieure soit réduite d'un facteur k (avec $k = c^{te} > 1$) puis maintient cette force jusqu'à l'obtention d'un état d'équilibre thermodynamique noté A' ($p_{A'} = p_A/k$). Il relâche alors le piston et le système évolue jusqu'à l'état d'équilibre B .
 - (a) Exprimer le travail $W_{A \rightarrow B}^{(3)}$ reçu par le système au cours de la transformation $A \rightarrow A' \rightarrow B$ en fonction de m, R, M, T, k et du rapport de pression $y = p_A/p_a$.
 - (b) Exprimer la part de ce travail récupéré par l'opérateur en fonction de k .
 - (c) Pour quelle valeur de k ce travail récupéré par l'opérateur sera-t-il maximum ? Calculer sa valeur dans ce cas.
4. Quelle est l'expression du travail récupérable si la détente est réalisée en n étapes où la pression extérieure est réduite d'un facteur k constant à chaque étape (c'est à dire, pour la i^{eme} étape: $p_i = p_{i-1}/k$). On exprimera ce travail en fonction de m, R, M, T, k, n et y .