Thermodynamique

Partiel 17 mars 2008

Durée 1h30

Exercice I : Temps typique pour vider une enceinte

Une enceinte rigide, adiabatique, de volume $V=1\text{m}^3$, à la température $T=300\text{K}$, est remplie d'un **gaz parfait monoatomique** de masse molaire $M=40\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$. Une turbo-pompe est reliée à l'enceinte par un tuyau de rayon 2 cm. Toutes les molécules entrant dans la turbo-pompe sont perdues pour l'enceinte.

- 1) La température du gaz diminue-t-elle avec la diminution de la pression. Justifier.
- 2) Par un modèle de votre choix, dont vous détaillerez les hypothèses, estimez la durée nécessaire pour passer de 10^5 Pa à 10^{-3} Pa. On fera apparaître un temps caractéristique. La vitesse quadratique moyenne, égale à $\sqrt{\frac{3RT}{M}}$ avec $R=8,31\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$, est admise.

Exercice II : Energie interne et entropie

Un **gaz non parfait** est décrit par l'équation d'état :

$$p(V_m - b) = RT$$

où V_m est le volume molaire et b le covolume associé à ce gaz.

- 1) On rappelle que $dU = TdS - pdV$ et $TdS = C_v dT + l dV$. Montrer, en se servant de la différentielle de l'énergie libre dF (rappel : $F = U - TS$) pour éliminer la variable S si nécessaire, que $l = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V$.
- 2) Exprimer la différentielle totale exacte dU et montrer que pour l'équation d'état retenue, dU ne dépend que de dT .
- 3) En déduire l'énergie interne molaire $U_m(T)$ en fonction de $C_{m,v}$, T et l'état de référence indicé 0. $C_{m,v}$ est la capacité thermique isochore molaire.
- 4) Déterminer la fonction d'état entropie molaire $S_m(T, p)$.
- 5) Comment est modifiée la relation $pV^\gamma = \text{Cte}$ associée à une transformation isentropique d'un gaz parfait ? ($\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ et $C_p - C_v = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$)
- 6) Peut-on utiliser les fonctions U_m et S_m pour une transformation irréversible ? Expliquer succinctement.

Exercice III : Efficacité d'un moteur à explosion

On peut décomposer un cycle de fonctionnement d'un moteur à explosion en 4 phases successives :

AB : admission, le cylindre reçoit par une soupape d'admission un mélange air-carburant en passant de son volume minimal (A) à son volume maximal (B) : cette étape est isotherme et isobare.

BC : compression adiabatique réversible. La soupape d'admission se referme et le piston comprime le mélange jusqu'à ce que le volume du cylindre soit minimal (C)

CDE : explosion supposée instantanée donc transformation isochore (pression passe à la valeur maximale : point D). La chaleur Q_C dégagée par la combustion du carburant dans l'air est supposée fournie par une source chaude fictive. Après l'explosion, on considère une détente adiabatique réversible jusqu'au volume maximal (E)

EBA : échappement modélisé par une transformation isochore (EB) ramenant la pression à la pression atmosphérique, comme si le gaz cède la chaleur Q_F à l'atmosphère qui joue ici le rôle de source froide et ensuite retour du point B au point A.

Tous les gaz sont des **gaz parfaits**. Les ouvertures et fermetures sont supposées amener à des situations d'équilibres en des temps très courts devant le déplacement du piston. Le taux de compression ou rapport volumétrique sera noté $a = V_{\max}/V_{\min}$

1) Dessiner le cycle orienté (BCDEB) sur le diagramme $p(V)$ de Clapeyron et ajouter les étapes (AB) et (BA). On indiquera $V_{\min}$ et $V_{\max}$. C'est le cycle de Beau de Rochas.

2) L'efficacité e vaut $\frac{W}{Q_C}$. Exprimer l'efficacité en fonction de Q_F et Q_C .

3) Exprimer Q_C associée à la transformation isochore (CD) puis Q_F associée à la transformation isochore (EB). On considérera la variation d'énergie interne. Les chaleurs seront exprimées en fonction de différence de températures.

4) En admettant la relation associée à une transformation adiabatique réversible $pV^\gamma = Cte$, écrire la relation liant les variables T et V .

5) Exprimer T_C en fonction de T_B , a et γ et T_D en fonction de T_E , a et γ .

6) Exprimer l'efficacité en fonction de a et γ .

7) Application numérique : calculer l'efficacité pour $a = 6$ avec $\gamma = 1,4$.

8) L'efficacité associée au cycle de Carnot avec la même compression adiabatique (BC) et évoluant entre les mêmes températures extrêmes vaut :

$$e = 1 - \frac{1}{a^{\gamma-1} + \frac{Q_C}{T_B C_v}}$$

Comparer à l'efficacité associée au cycle de Beau de Rochas et conclure.