

OPTIQUE GEOMETRIQUE

Durée : 2 heures

Aucun document n'est autorisé

Les deux parties sont indépendantes

Les bateaux qui naviguent au voisinage des côtes peuvent s'orienter grâce aux signaux lumineux émis par les phares. Pour remplir cette mission de guidage, chaque phare doit être capable d'émettre un faisceau de lumière parallèle, de forte intensité, et de grand diamètre.

En général, ce faisceau de lumière n'est pas obtenu avec une unique lentille de verre, au foyer de laquelle serait positionnée une source ponctuelle de lumière : du fait de son grand diamètre, une telle lentille serait trop lourde, serait difficile à construire, ou ne serait pas stigmatique, la plupart des rayons lumineux ne remplissant pas les conditions de Gauss.

Le faisceau de lumière émis par un phare est en fait obtenu à l'aide d'une lentille de Fresnel, telle que celle représentée sur la figure 1.

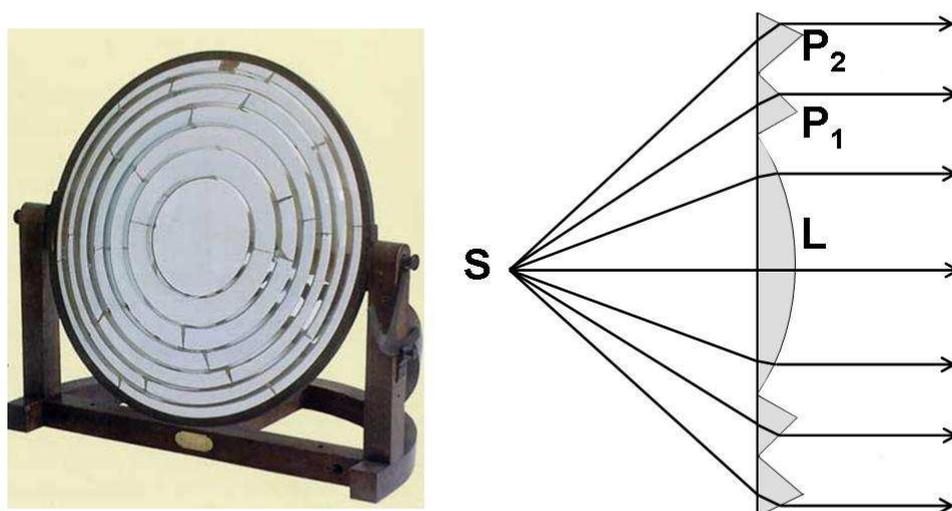


Figure 1 : Photographie d'une lentille de Fresnel (à gauche) et schéma de principe de cette lentille (à droite).

Une lentille de Fresnel est constituée de plusieurs pièces de verre à symétrie de révolution, dont l'axe commun est l'axe optique :

- une lentille plan-convexe (L) située au centre, dont le diamètre est tel que tous les rayons lumineux qui la traversent remplissent les conditions de Gauss. La source de lumière est située au foyer de cette lentille,
- des anneaux (P_1 , P_2 , ...) de section triangulaire qui réfractent la lumière comme des prismes ; leur angle au sommet, qui dépend du rayon de l'anneau, est choisi de façon à ce que la lumière émerge de chaque anneau parallèlement à l'axe optique,

Nous allons étudier les propriétés optiques des deux types d'éléments constituant une lentille de Fresnel.

I. Etude de la réfraction de la lumière par les anneaux de verre :

On modélise chaque anneau réfracteur par un prisme dont la hauteur est petite et dont l'indice optique vaut $n = 1,7$. On note A l'angle au sommet du prisme. On souhaite déterminer à quelle distance de l'axe optique doit être placé ce prisme pour que les rayons lumineux qu'il réfracte émergent parallèlement à l'axe optique. On considère un rayon lumineux qui tombe sur la face d'entrée du prisme (face verticale) avec un angle d'incidence i . D est la déviation du rayon lumineux après réfraction par le prisme, voir figure 2.

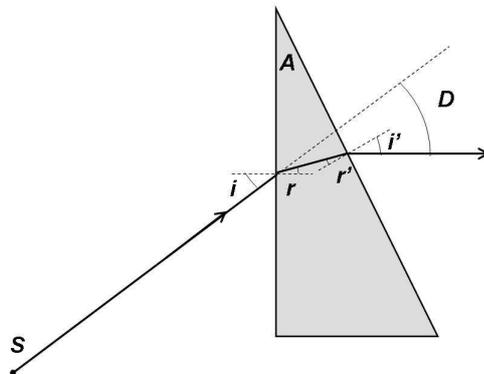


Figure 2

- I.1 – a) – Démontrer les relations générales : $A = r + r'$ et $D = i + i' - A$
 b) – Ecrire les relations de Descartes sur les faces d'entrée et de sortie.

Dans les questions I.2 à I.5, on souhaite que le rayon lumineux émerge perpendiculairement à la face d'entrée du prisme.

- I.2 – a) – Quelle relation existe-t-il alors entre D et i ?
 b) – Entre i' et A ?

I.3 – En utilisant les résultats des questions précédentes, montrer que :

$$\sin i = \sin A \left(\sqrt{n^2 - \sin^2 A} - \cos A \right)$$

I.4 – Sous quels angles d'incidence i doit-on éclairer des prismes d'angle au sommet $A = 15^\circ, 20^\circ$ et 30° pour qu'à chaque fois le rayon émerge perpendiculairement à la face d'entrée ?

I.5 – La face d'entrée du prisme d'angle au sommet A est placée à la distance $f = 0,5$ m après la source ponctuelle de lumière S , et à la distance d de l'axe optique, voir figure 3.

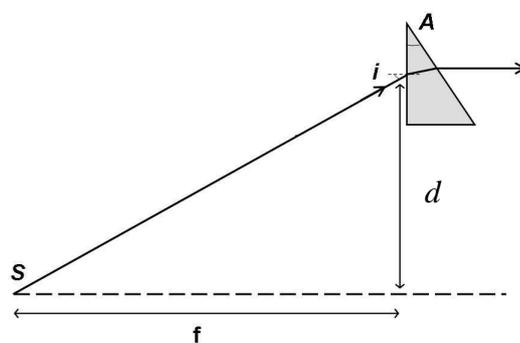


Figure 3

Quelles distances d faut-il choisir pour positionner correctement les trois prismes d'angle au sommet $A = 15^\circ, 20^\circ$ et 30° ?

I.6 – On considère toujours un prisme dont la face d’entrée verticale est placée à la distance $f = 0,5$ m après la source lumineuse S . L’angle au sommet de ce prisme vaut $A = 35^\circ$ et le centre H de la face d’entrée se trouve à la distance $d = 25,06$ cm de l’axe optique, de façon à ce que le rayon lumineux issu du point source S et passant par le point H émerge parallèlement à l’axe optique. La face d’entrée du prisme a en fait une hauteur $h = 2$ cm, voir figure 4. Tous les rayons lumineux qui tombent sur la face d’entrée n’émergeront donc pas exactement dans la direction de l’axe optique et le faisceau réfracté possèdera une ouverture angulaire que l’on souhaite évaluer.

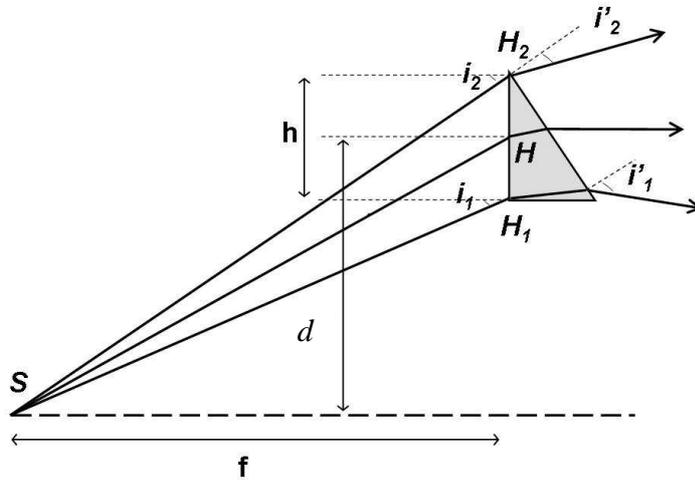


Figure 4

- a) – Calculer numériquement l’angle d’incidence i_1 du rayon lumineux issu de la source ponctuelle S et qui tombe au point H_1 , dans la partie inférieure de la face d’entrée du prisme. Utiliser les formules du prisme pour calculer l’angle d’émergence i'_1 correspondant.
- b) – Calculer numériquement les angles d’incidence i_2 et d’émergence i'_2 pour le rayon lumineux qui tombe au point H_2 , dans la partie supérieure de la face d’entrée du prisme.
- c) – En déduire la valeur de l’ouverture angulaire $|i'_1 - i'_2|$ du faisceau réfracté par ce prisme.

II. Etude de la lentille épaisse L dans le cadre de l’optique de Gauss :

La partie centrale de la lentille de Fresnel est constituée par une lentille épaisse L , fabriquée dans un verre d’indice optique $n = 1,7$. La face d’entrée E est un dioptre plan et la face de sortie S est un dioptre sphérique, dont le centre de courbure C est situé à gauche de S et de rayon de courbure $R = 37$ cm, voir figure 5. La distance entre E et S vaut $e = 5$ cm.

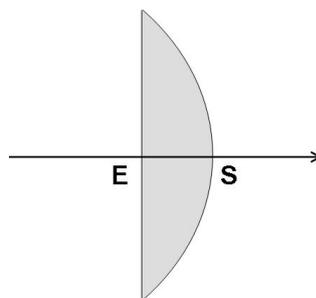


Figure 5

II.1 – Calculer les vergences V_E et V_S des dioptres d’entrée et de sortie. Exprimer ces vergences en fonction de R et de n avant de les calculer numériquement.

II.2 – Calculer la matrice de transfert $T(\overline{ES})$ de la lentille L . Exprimer cette matrice en fonction de V_E , V_S , e et n , avant de la calculer numériquement. Vérifier que $\det T(\overline{ES}) = 1$.

II.3 – Que vaut la vergence V de la lentille L ? Quelles sont les valeurs des distances focales objet f_o et image f_i ? Exprimer les distances focales en fonction de R et de n avant de les calculer numériquement.

II.4 – Donner la position des éléments cardinaux de la lentille L : points principaux H_o et H_i , foyers F_o et F_i , points nodaux N_o et N_i . Donner la position des éléments en fonction de R , e et n , puis numériquement.

II.5 – Calculer numériquement la position de l'image A_iB_i d'un objet réel A_oB_o perpendiculaire à l'axe optique et situé 10 cm avant la face d'entrée de la lentille. Que vaut le grandissement transversal G_t ?

II.6 – Vérifier les résultats de la question **II.5** à l'aide d'une construction graphique. Vous prendrez votre feuille dans le sens horizontal et vous adopterez une échelle telle que la distance sur l'axe optique entre les plans E et S sera représentée par 1 cm sur votre schéma. L'objet A_oB_o sera représenté par une flèche de hauteur 4 cm.

II.7 – Calculer la position de l'image A_iB_i d'un objet virtuel A_oB_o perpendiculaire à l'axe optique et situé 35 cm après la face d'entrée de la lentille. Que vaut le grandissement transversal G_t ?

II.8 – Vérifier le résultat de la question **II.7** à l'aide d'une nouvelle construction graphique (vous utiliserez la même disposition et la même échelle que pour la question **II.6**).

II.9 – La lentille L est maintenant utilisée comme élément central d'une lentille de Fresnel. A quelle distance de la face d'entrée doit-on placer la source ponctuelle sur l'axe optique pour que le faisceau de lumière traversant la lentille L émerge parallèlement à l'axe optique ?