

UNIVERSITÉ PAUL SABATIER - LICENCE DE PHYSIQUE

Deuxième année

Contrôle Partiel Mécanique et Applications à l'Astrophysique
5 Novembre 2010, 10h Durée: 1:00h

Aucun document n'est autorisé. Seules les calculatrices en accord avec les spécifications de l'Université sont autorisées.

NB : les vecteurs sont notés en gras.

Partie I : Questions de cours :

1. Donner une relation locale et une relation globale reliant le potentiel de gravitation $\Phi(\mathbf{r})$ et le champ gravitationnel $\mathcal{G}(\mathbf{r})$.
2. Quelle est la relation locale entre le champ gravitationnel $\mathcal{G}(\mathbf{r})$ et la masse volumique $\rho(\mathbf{r})$?
3. Énoncer la loi fondamentale exacte de la dynamique d'un point matériel A par rapport par rapport à un référentiel terrestre en faisant apparaître le poids.

Partie II : Problème

La Terre est en bonne approximation une sphère pleine homogène de rayon $R = 6400\text{km}$ et de masse $M = 6 \cdot 10^{24}\text{kg}$.

1. Où est le centre de masse T de la Terre ?
2. Quels sont ses axes principaux d'inertie ?
3. Calculer le moment d'inertie de la Terre par rapport à son axe de rotation passant par le centre de la Terre.
4. Dans le cours nous avons déterminé la force de Coriolis pour un mouvement dans le plan Oxy à la surface de la Terre. Ici nous allons regarder le mouvement d'une fusée qui décolle de la Terre, et qui n'est donc pas restreinte au plan Oxy .
 - (a) Écrire l'expression générale pour la force de Coriolis dans cette situation.
 - (b) Application numérique pour une fusée d'une masse de $m = 10$ tonnes qui décolle à une latitude $\lambda = 45^\circ$ vers l'est avec une vitesse $v = 10\text{km/s}$ sous un angle de 45° par rapport à l'horizontale ($\mathbf{v} = (v, 0, v)/\sqrt{2}$ par rapport au référentiel terrestre $R' = (O, x, y, z)$, voir Fig.1).

Dans quelle direction pointe cette force de Coriolis ?

Comparer quantitativement sa composante verticale au poids de la fusée (on pourra prendre comme valeur absolue du champ gravitationnel $g = 9.81\text{m/s}^2$).

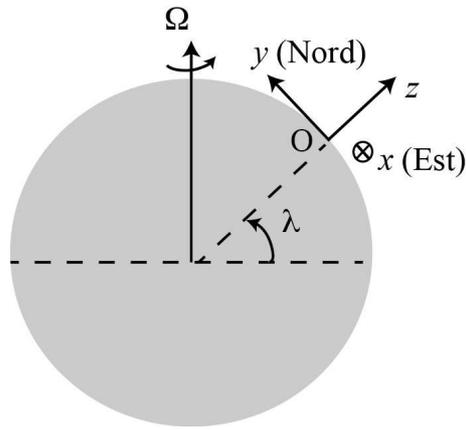


Figure 1:

5. Contrairement à ce qu'on pourrait croire, la période de rotation de la Terre n'est pas exactement constante, mais fluctue d'environ 0.01s par jour. Supposons que pendant une journée la période T augmente linéairement de $\delta T = 0.01s$.
- Calculer la dérivée temporelle $d\Omega/dt$ du vecteur rotation de la Terre.
 - On se place dans un référentiel terrestre R' attaché au pied du Burj Khalifa à Dubai (situé à une latitude $\lambda = 25^\circ$) qui a une hauteur de 828m, bâtiment le plus haut du monde. Sachant que la rotation de la Terre n'est pas exactement uniforme, calculer le terme de la force d'inertie d'entraînement additionnel (en $d\Omega/dt$) à prendre en compte qui agit sur une personne d'une masse $m = 75\text{kg}$ au repos au sommet du Burj Khalifa. Dans quelle direction pointe cette force ?