UNIVERSITÉ PAUL SABATIER - LICENCE DE PHYSIQUE
Deuxième année

Mécanique et Applications à l'Astrophysique

PARTIEL: 30 Octobre 2008. Durée: 1:00h

Aucun document n'est autorisé

A. Questions de cours (5 points)

i.) Énoncer la forme exacte de la loi fondamentale de la dynamique dans le référentiel terrestre en faisant apparaître le poids.
ii.) Donner l'expression du potentiel de gravitation crée par une distribution de masse en tout point de laquelle la masse volumique vaut $\rho(\mathbf{r})$.

B. Problème (15 points)

Mouvement d'une tige avec masselotte en rotation

On se propose d'étudier le mouvement d'une masselotte assimilée à un point matériel A et de masse m fixée sur une tige sans masse à la distance l de l'origine O. La tige tourne autour de l'axe $z' = z$. Elle reste à tout moment dans le plan $x'z'$ du référentiel $R' = (O, x', y', z')$, qui est en rotation à la vitesse angulaire Ω *constante* autour de l'axe $z' = z$ par rapport au référentiel $R = (O, x, y, z)$ supposé galiléen. La tige forme un angle θ avec l'axe z', et $\theta(t)$ est le seul degré de liberté du système. La pesanteur est donnée par $\mathbf{g} = -g\hat{e}_z$ (voir la figure).

1. Discuter de façon qualitative le rôle de la force centrifuge et de la force de Coriolis sur le mouvement de la tige.

2. Calculer l'énergie potentielle de la force centrifuge en fonction de HA, où H est le projeté orthogonal de A sur l'axe de rotation Oz'. On prendra comme origine de cette énergie potentielle l'axe de rotation.

3. Exprimer l'énergie potentielle de la force centrifuge en fonction de θ.

4. Calculer l'énergie potentielle totale $E_p(\theta)$ en fonction de θ. On prendra comme origine de cette énergie potentielle $\theta = 0$.

5. Trouver les angles correspondants aux minima et maxima de l'énergie potentielle $E_p(\theta)$ en fonction du paramètre $\omega \equiv \Omega^2\, l/g$.

6. Tracer l'énergie potentielle $E_p(\theta)$ dans les limites $\omega \to 0$, $\omega \to \infty$, et pour une valeur finie de ω avec $\omega > 1$. Indiquer dans chaque cas quelle est la position stable.

7. Discuter qualitativement le mouvement de la tige dans le cas $\omega > 1$ si l'énergie mécanique du système E_m obéit à $E_m < -2mgl$.

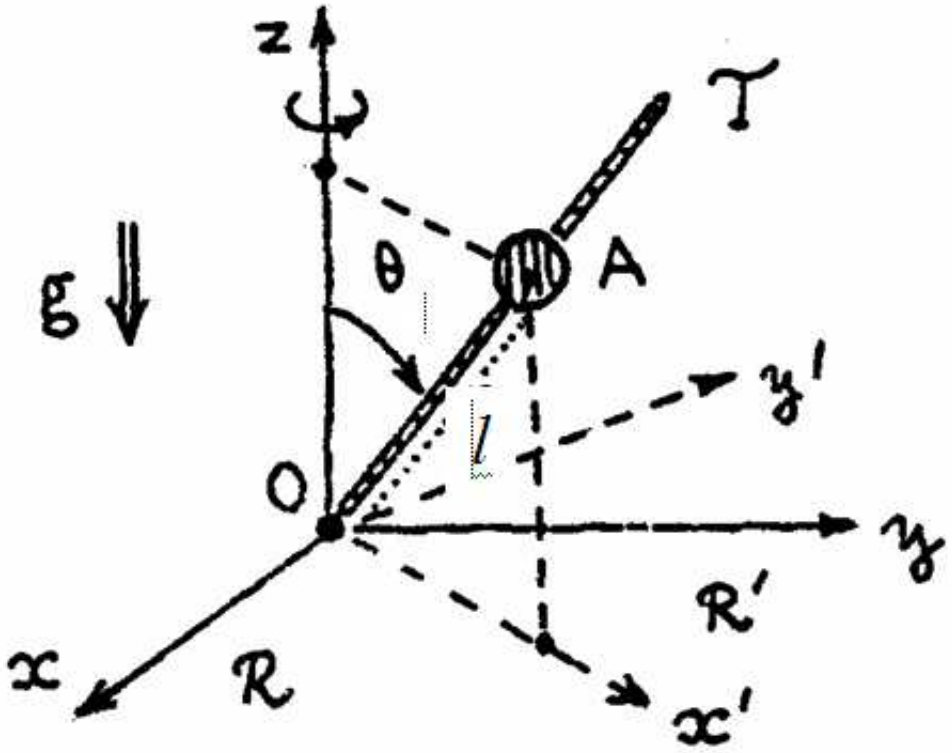

Fig. 1