Université Paul Sabatier **Contrôle partiel**
Licence de Physique - 2ème année 6 novembre 2007

Mécanique et Applications à l'Astrophysique

Durée 1h00

Aucun document n'est autorisé
Seules les calculettes UPS sont autorisées

A. Questions de cours (5 points)

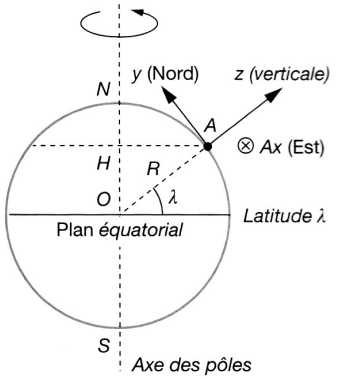
1) Énoncer les trois lois de Kepler.

2) Énoncer le théorème de Gauss pour le champ gravitationnel. Appliquer ce théorème pour exprimer le champ de gravitation à la surface de la Terre en fonction de sa masse M_T et de son rayon R_T.

B. Problème (15 points)

Chute d'une bille dans le référentiel terrestre

On se propose d'étudier la chute d'une bille, assimilée à un point matériel B, dans le référentiel terrestre $\mathcal{R}$. La bille, de masse m est abandonnée, dans ce référentiel, sans vitesse initiale d'une hauteur h à un instant $t = 0$. Le référentiel $\mathcal{R}$ est situé à la latitude λ et les axes du repère associé sont choisis de façon à ce que l'axe (Ax) pointe vers l'Est, l'axe (Ay) vers le Nord et l'axe (Az) est vertical ascendant (voir figure). On notera Ω la vitesse angulaire de rotation de la Terre. Enfin, on ne tiendra pas compte de la résistance de l'air.



1) Montrer que la loi fondamentale de la dynamique pour le mouvement de B par rapport à $\mathcal{R}$ prend la forme suivante :

$$m\mathbf{a}_{B/\mathcal{R}} = m\mathbf{g} - 2m\mathbf{\Omega} \wedge \mathbf{v}_{B/\mathcal{R}}\,. \tag{1}$$

Donner la signification physique de chaque terme et expliciter notamment les termes vectoriels qui composent $\mathbf{g}$. Rappeler la définition de la verticale descendante.

Écrire les composantes de $\mathbf{g}$ et de $\mathbf{\Omega}$ dans le repère lié à $\mathcal{R}$.

Dans la suite on prendra $\mathbf{g}$ constante (avec une valeur numérique $g = |\mathbf{g}| = 9.81$ m.s^{-2}).

2) Déduire de l'équation (1) les trois équations différentielles satisfaites par les coordonnées x, y et z du point B.

3) Quelle est la valeur numérique de Ω ? En vous appuyant sur des valeurs numériques pertinentes, montrer que dans l'équation satisfaite par $z(t)$, on peut négliger le terme proportionnel à Ω devant g.

4) Déterminer alors $z(t)$ en tenant compte des conditions initiales.

5) En utilisant l'expression trouvée de $\dot{z}(t)$ et en négligant les termes proportionnels à Ω^2, déterminer $x(t)$ en tenant compte des conditions initiales.

6) Calculer la déviation de la bille dans la direction x après une chute d'une hauteur h. Application numérique pour $\lambda = 45^o$, $h = 100$ m. Conclure.

7) Peut-on déterminer par une telle expérience si on est situé dans l'hémisphère nord ou l'hémisphère sud ?