

Physique Quantique

Mai 2010 - durée 1h30

Questions de cours

1. Quel phénomène physique, concernant la lumière, est mis en évidence par l'effet photo-électrique? (1pt)
2. Dans son modèle de l'atome, quelle est l'hypothèse essentielle faite par Bohr pour quantifier l'énergie? (1pt)
3. Qu'est-ce que l'hypothèse de de Broglie? (1pt)
4. Ecrire une relation d'incertitude d'Heisenberg. En donner la signification physique. (1pt)

Exercice 1 (6pts)

Avec un spectromètre on mesure le spectre des photons envoyés par le soleil; on trouve un spectre proche de celui d'un corps noir avec un maximum à la longueur d'onde $\lambda = 0.502\mu\text{m}$. On rappelle l'expression de la fonction de Planck en fonction de la longueur d'onde :

$$B_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

1. Posant $y = \frac{hc}{\lambda kT}$, montrer que la fonction de Planck passe par un maximum lorsque

$$y = 5 - 5e^{-y}$$

2. La solution (numérique) de cette équation est $y = 4.96511423$. En déduire la loi de déplacement de Wien :

$$\lambda_m T = 0.29 \text{ cmK}$$

3. Calculer la température $T_\odot$ associée au spectre du soleil.
4. Sachant que la densité surfacique de flux d'un corps noir est donnée par la loi de Stefan-Boltzmann $F = \sigma T^4$, avec $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2/\text{K}^4$, et que la Terre reçoit une densité surfacique de flux de 1360 W/m^2 en provenance du soleil, en déduire le rapport entre le rayon de l'orbite terrestre et le rayon du soleil.

Exercice 2 (10 pts)

Avec moult précautions on peut mettre des neutrons en « bouteille », où ils restent confinés par le champ de pesanteur. Supposant le mouvement des neutrons possible uniquement suivant la verticale Oz on veut calculer les niveaux d'énergie des états possibles.

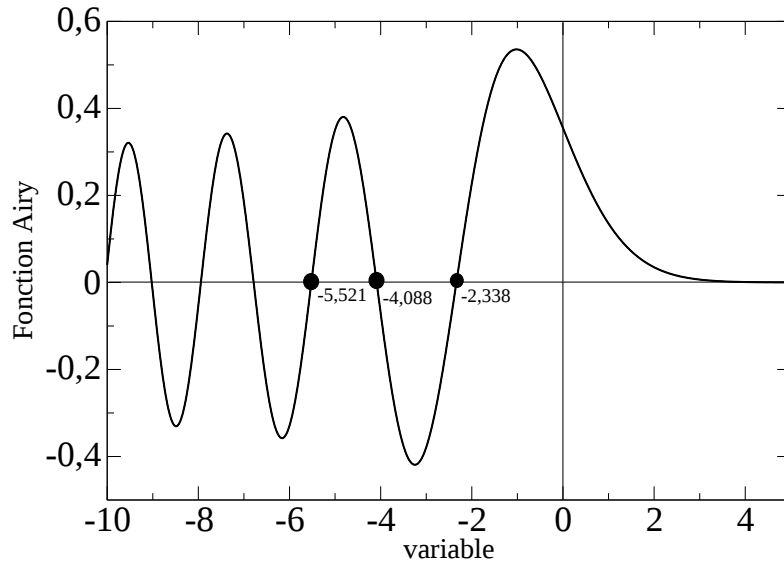
1. Donner l'expression de l'équation de Schrödinger pour une particule de masse m , piégée par le potentiel gravitationnel et dont le mouvement n'est possible que suivant Oz. On notera $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ l'accélération de la pesanteur.
2. Montrer que si on pose

$$z = \left(\frac{\hbar^2}{2m^2g} \right)^{1/3} \zeta \quad \text{et} \quad E = \left(\frac{\hbar^2 mg^2}{2} \right)^{1/3} \varepsilon$$

alors l'équation de Schrödinger peut s'écrire

$$\frac{d^2\psi}{d\zeta^2} + (\varepsilon - \zeta)\psi = 0 \quad (1)$$

3. En notant que le potentiel est infini pour $\zeta \leq 0$ et pour $\zeta \rightarrow +\infty$, quelles conditions aux limites doit-on imposer à la fonction d'onde ψ ?



4. Une solution de (1) est de la forme $\psi(\zeta) = Ai(\zeta - \varepsilon)$ où $Ai(x)$ est la fonction d'Airy représentée sur la figure. On notera que

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} Ai(x) = 0$$

Cette fonction s'annule en $x_1 = -2.338$, $x_2 = -4.088$, $x_3 = -5.521$, etc. Montrer que ε ne peut prendre que certaines valeurs discrètes. Donner les trois premières valeurs.

5. En déduire la valeur numérique des trois premiers niveaux d'énergie qu'on exprimera en électron-volt. Calculer la longueur d'onde d'un neutron libre dont l'énergie serait celle du premier niveau. Quelle serait sa vitesse ?
6. Convertir l'énergie de ces neutrons en une température via la relation de Boltzmann $E = kT$. Que vaut T ? Ces neutrons sont-ils ultra-chauds ou ultra-froids ? Quel intérêt physique voyez-vous à l'étude des neutrons dans cet état ?

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}, \quad m = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \quad k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$