

Thermodynamique

Examen 26 mai 2008

Durée 2h

I - Cycle

On considère 1 kg d'air (considéré comme un **gaz parfait**) qui se trouve initialement dans l'état A ($p_A = 1$ bar, $T_A = 300$ K). A partir de cet état, on lui fait décrire un cycle constitué des transformations suivantes :

AB : compression adiabatique réversible de la pression $p_A = 1$ bar à la pression $p_B = 8$ bar,

BC : échauffement isobare au cours duquel l'air reçoit une chaleur $Q_{BC} = 507$ kJ,

CD : détente isotherme réversible,

DA : refroidissement isochore.

Données :

- le rapport des chaleurs massiques : $\gamma = 1,4$

- la constante de l'air $r = R/M_{\text{air}} = 287$ J. kg⁻¹.K⁻¹ conduisant à l'équation d'état $pV = mrT$

- on rappelle que pour un gaz parfait : $TdS = C_v dT + pdV = C_p dT - Vdp$

Les grandeurs massiques sont représentées par des lettres minuscules.

- 1) Exprimer c_p et c_v en fonction de r et γ . Application numérique.
- 2) Calculer les paramètres pression p , température T et volume V aux points A, B, C et D.
- 3) Représenter le cycle orienté décrit par l'air dans le diagramme de Clapeyron.
- 4) Calculer les variations d'entropie pour chaque transformation.
- 5) Calculer la chaleur reçue au cours de chaque transformation.
- 6) Pour chaque transformation, en explicitant la température du thermostat, indiquer s'il y a création d'entropie (entropie irréversible).
- 7) Déduire du premier principe le travail reçu au cours du cycle. Commenter le signe.

II – Rayonnement

Dans une enceinte vide, on considère trois parois parallèles en aluminium de surface S et d'épaisseur notée e_i . La première paroi, P_1 est maintenue à la température T_1 . La seconde est découplée de tout thermostat. La troisième est maintenue à la température T_3 . Les parois sont recouvertes d'un revêtement très fin, ne modifiant que les propriétés d'émission et d'absorption : toutes les parois se comportent alors comme des corps noirs. On négligera les effets de bord et le gradient de température dans P_2 .

Données :

- Constante de Stephan : $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ W.m⁻².K⁻⁴

- Pour l'aluminium : $\rho_{Al} = 2700$ kg.m⁻³ et $c_{Al} = 0,910$ kJ.kg⁻¹.K⁻¹

- Pour les plaques : $e_2 = 1$ mm, $S = 1$ m², $T_1 = 273$ K et $T_3 = 300$ K

1) Ecrire le bilan de l'énergie interne échangée par rayonnement pour la plaque P_2 à un instant t . Exprimer la variation d'énergie interne de P_2 en fonction de la variation de la température dT_2 à un instant t . En déduire l'équation différentielle à laquelle satisfait la température T_2 de P_2 .

2) Comme T_1 , T_2 et T_3 sont voisines, il vient : $T_1^4 - T_2^4 = (T_1^2 - T_2^2)(T_1^2 + T_2^2) \approx 4(T_1 - T_2)T_1^3$ et $T_3^4 - T_2^4 = (T_3^2 - T_2^2)(T_3^2 + T_2^2) \approx 4(T_3 - T_2)T_3^3$. Montrer que l'équation différentielle peut se mettre sous la forme :

$$\frac{dT_2}{dt} = \frac{T_e}{\tau} \left(1 - \frac{T_2}{T_e} \right)$$

On donnera les valeurs littérales et numériques de τ et T_e .

3) Introduire la variable réduite $u = T_2/T_e$ dans l'équation précédente. Résoudre cette équation en utilisant comme condition initiale $T_2(0)=T_3$ et déterminer la température d'équilibre de la plaque P_2 .

III : Changement d'état

Une détente adiabatique réversible d'un mélange liquide-vapeur provoque soit une vaporisation, soit une liquéfaction en fonction de la fraction massique en vapeur (titre thermodynamique) initiale x .

On se propose dans les questions suivantes de déterminer la valeur du titre initial pour qu'une détente adiabatique réversible d'un mélange liquide-vapeur d'eau à $T_i=100$ °C conduise à un état final tel que $T_f=20$ °C et $x_f=x_i$ (les indices i et f se rapportent respectivement à l'état initial et à l'état final).

Données pour l'eau : $l_v(T) = 3327 - 2,905T$ en kJ.kg^{-1} et $c_l = 4,180 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

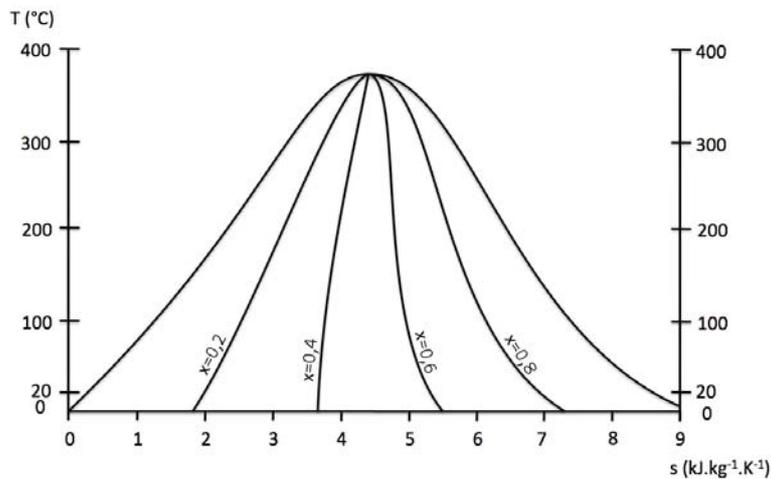


Figure 1 : diagramme entropique de l'eau avec les courbes correspondant à différents titres en vapeur.

- 1) Sur le diagramme entropique (T,s) que vous reproduirez sur votre copie, préciser les zones où le fluide est à l'état liquide, à l'état vapeur et à l'état de mélange liquide- vapeur.
- 2) Représenter sur ce graphe qualitativement l'isobare $p=1$ atm.
- 3) Illustrer sur ce diagramme le fait qu'une détente adiabatique réversible d'un liquide saturant provoque sa vaporisation partielle et qu'une détente adiabatique réversible d'une vapeur saturante provoque sa liquéfaction partielle.
- 4) On appelle A et B les états correspondant à du liquide saturant respectivement à 100 °C et à 20 °C. Placer les points A et B sur le diagramme (T,s).
- 5) Exprimer la variation d'entropie Δs_{iA} entre l'état initial i et l'état A en fonction de la chaleur latente de vaporisation $l_v(T_i)$, de T_i et de x_i puis la variation d'entropie Δs_{AB} entre l'état A et l'état B en fonction de la capacité thermique massique du liquide c_l , de T_i et de T_f et la variation d'entropie Δs_{Bf} entre l'état B et l'état final f en fonction de la chaleur latente de vaporisation $l_v(T_f)$, de T_f et de x_f .
- 6) En déduire la valeur du titre x tel que $x=x_i=x_f$ et $\Delta s_{if}=0$ (détente adiabatique réversible). Placer alors les points i et f sur le diagramme (T,s).