

ELECTROMAGNETISME

EXAMEN TERMINAL

Durée : 2 h

I. Cours (3 pts)

1. Donner les équations de Maxwell en un point où les densités volumiques de charge et de courant sont ρ et \mathbf{J} .
2. Ecrire les conditions satisfaites par \mathbf{E} et \mathbf{B} à la traversée d'une surface portant des densités superficielles de charge et de courant σ et \mathbf{J}_s .

II. Induction électromagnétique (8 pts)

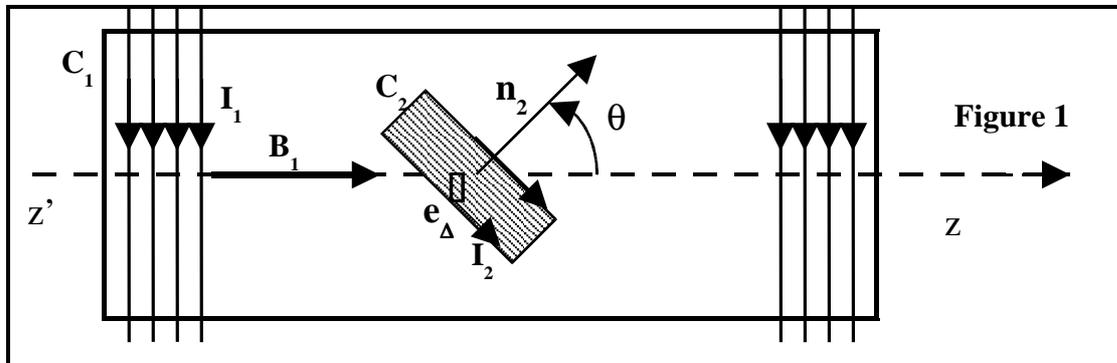


Figure 1

On considère un solénoïde C_1 de longueur L_1 et d'axe $z'z$, comportant n_1 spires par unité de longueur, parcourues par un courant d'intensité constante I_1 (Figure 1). On suppose que la longueur L_1 du solénoïde C_1 est très grande devant le rayon R_1 des spires. On rappelle que le champ magnétique \mathbf{B}_1 créé par un solénoïde dit « infini » a pour expression : $\mathbf{B}_1 = \mu_0 n_1 I_1 \mathbf{e}_z$ à l'intérieur du solénoïde ($\rho < R_1$). On place à l'intérieur du solénoïde une bobine plate de surface S_2 , constituée de N_2 spires circulaires de rayon $R_2 < R_1$ et parcourues par un courant d'intensité I_2 constante (Figure 1). Cette bobine, (de coefficient d'inductance propre L_1), est mobile autour d'un axe (Δ), de vecteur unitaire \mathbf{e}_Δ perpendiculaire à $z'z$. On désigne par θ l'angle que fait avec $z'z$ la normale unitaire \mathbf{n}_2 au plan de la bobine plate et par $M(\theta)$ le coefficient d'induction mutuelle des deux circuits.

1. Calculer le flux du champ magnétique \mathbf{B}_1 créé par le solénoïde à travers S_2 .
2. En utilisant le théorème de Maxwell, déterminer le travail des forces de Laplace qui s'exercent sur la bobine plate. En déduire le moment Γ par rapport à l'axe (Δ) du couple des forces de Laplace.
3. Déterminer le moment magnétique \mathbf{M}_2 de la bobine plate et retrouver Γ .
4. La bobine plate constitue maintenant un circuit fermé et n'est reliée à aucune source de courant. Elle est maintenue immobile dans la position $\theta = 0$. Le solénoïde est maintenant parcouru par un courant sinusoïdal de basse fréquence, d'intensité $i_1(t) = I_0 \cos(\omega t)$. Calculer la force électromotrice induite $e(t)$ dans la bobine plate à l'aide de la loi de Faraday.

II. Réflexion normale sur un conducteur plan parfait (9 pts)

Dans un référentiel orthonormé $Oxyz$, l'espace correspondant à $z > 0$ est occupé par un conducteur parfait. Dans l'espace vide correspondant à $z < 0$, une onde incidente, plane, progressive, monochromatique de pulsation ω et de vecteur d'onde $\mathbf{k}_i = k \mathbf{e}_z$ ($k > 0$) est caractérisée par son champ électrique complexe : $\underline{\mathbf{E}}_i = E_0 \exp i(kz - \omega t) \mathbf{e}_x$ où E_0 est réel. On admet que l'onde réfléchie est plane, progressive et monochromatique de pulsation ω et que le champ électrique complexe associé est : $\underline{\mathbf{E}}_r = \underline{\mathbf{E}}_{r,0} \exp i(-kz - \omega t)$ où $\underline{\mathbf{E}}_{r,0}$ est parallèle au plan $z = 0$.

1. Ecrire l'équation de continuité du champ électrique à la surface du conducteur. En déduire l'expression de $\underline{\mathbf{E}}_{r,0}$ dans la base $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$.
2. En déduire le champ électrique $\underline{\mathbf{E}}$ en un point $M(x,y,z)$, résultant de la superposition des ondes incidente et réfléchie. Donner les composantes de $\underline{\mathbf{E}}$.
3. Calculer $\underline{\mathbf{B}}$ associé à $\underline{\mathbf{E}}$ en un point $M(x,y,z)$. Donner les composantes de $\underline{\mathbf{B}}$.
4. Calculer le vecteur de Poynting et sa valeur moyenne sur une période $\langle \mathbf{R} \rangle_T$.
5. Représenter en $z = 0$ et à un instant donné les vecteurs $\underline{\mathbf{E}}_i$, $\underline{\mathbf{E}}_r$, $\underline{\mathbf{B}}_i$, $\underline{\mathbf{B}}_r$, et les vecteurs \mathbf{k} des ondes incidente et réfléchie \mathbf{k}_i et \mathbf{k}_r . Représenter à un instant donné les composantes de $\underline{\mathbf{E}}$ et $\underline{\mathbf{B}}$ en fonction de z dans l'intervalle $[-\lambda, 0]$ où λ est la longueur d'onde. Préciser dans chaque cas la position des noeuds et des ventres.
6. Calculer le courant \mathbf{J}_s à la surface du conducteur.