

L2 - Parcours PC - Optique géométrique et ondulatoire

Examen Terminal - Session 1

(2 h 30.)

Toutes les réponses doivent être justifiées

1 Lunette de Galilée.

En 1610, Galilée témoigne dans une lettre de ses travaux concernant la lunette qui portera son nom :
"... Je me suis mis à penser aux moyens de fabriquer l'instrument. J'y parvins si parfaitement que j'en construisis un, formé d'un tube de fer, extérieurement recouvert d'un drap cramoisi et long d'environ trois quarts de coudée ; il comprenait deux lentilles [de verre] de la grandeur d'un écu à chaque extrémité, l'une plan concave, contre laquelle on plaçait l'oeil, l'autre plan convexe ..."*

"... Quel spectacle magnifique et passionnant que de voir le corps lunaire, éloigné de nous de presque soixante rayons terrestres, rapproché au point de nous sembler éloigné seulement de deux rayons : son diamètre nous apparaît ainsi trente fois plus grand qu'à l'oeil nu ..."

* La coudée est une unité de mesure correspondant à 50 cm.

1. Représenter schématiquement en coupe l'objectif et l'oculaire utilisés par Galilée. En utilisant la formule de Gullstrand, déterminer la nature de l'objectif et celle de l'oculaire.
2. La lunette est réglée de façon à donner d'une étoile (objet à l'infini), une image à l'infini ce qui permet à l'observateur d'éviter toute fatigue puisqu'il voit sans accommodation. Dans ces conditions, la lunette est dite afocale.

On assimilera par la suite l'objectif et l'oculaire à deux lentilles minces notées respectivement L_1 et L_2 . Les foyers objet et image de l'objectif seront notés respectivement F_{o1} et F_{i1} , ceux de l'oculaire F_{o2} et F_{i2} . Les centres optiques seront notés respectivement O_1 et O_2 .

- a) Préciser la position des foyers dans une telle lunette.
 - b) On considère un point A situé à l'infini hors de l'axe optique. Réaliser un schéma, sans respecter les échelles, montrant la marche d'un rayon lumineux incident provenant de A , faisant un angle α avec l'axe optique et passant par le centre optique O_1 de l'objectif. On pourra pour cela utiliser l'image intermédiaire A_{i1} de A donnée par l'objectif. L'angle d'émergence sera noté α' .
 - c) Déterminer l'expression du grossissement (ou grandissement angulaire) G de la lunette en fonction de f_{i1} distance focale de l'objectif et de f_{i2} distance focale de l'oculaire. On pourra pour cela utiliser le schéma tracé à la question précédente et faire apparaître deux triangles rectangles en F_{i1} . On travaillera dans les conditions de Gauss.
 - d) Quelle est, d'après le texte de Galilée, la valeur de G ? L'image est-elle droite ou inversée?
 - e) En utilisant le premier extrait donné ci-dessus et la valeur de G déterminée au d), déterminer les valeurs des distances focales f_{i1} et f_{i2} et des vergences V_1 et V_2 de chacune des lentilles utilisées.
3. Du haut du Campanile de Venise, les sénateurs vénitiens invités par Galilée observent avec cette lunette en direction de l'île de Murano, distante de deux kilomètres et demi.
 - a) Sous quel angle α les personnes de 1,70 m situées sur l'île sont-elles observées depuis Venise à l'oeil nu? Sous quel angle α' sont-elles vues à travers l'instrument?
 - b) Si l'on se réfère aux textes de Galilée reportés ci-dessus, à quelle distance les habitants de Murano semblent-ils se tenir pour les sénateurs?

2 Mesure des très faibles épaisseurs par la méthode de Zernicke.

Les parties 2.1, 2.2, 2.3 et 2.4 sont indépendantes

On considère le système optique schématisé sur la figure 1 ci-dessous et comprenant :

- deux lentilles minces convergentes L_1 et L_2 d'axe optique commun $z'Oz$, de centres O_1 et O_2 , de distances focales f_1 et f_2 respectivement,
- une source ponctuelle S_o émettant une onde d'amplitude unité et de longueur d'onde λ placée au foyer principal objet F_{o1} de L_1 ,
- un écran d'observation E confondu avec le plan focal image (F_{i2}, x_i, y_i) de L_2 .

On place entre les lentilles L_1 et L_2 dans le plan Oxy un diaphragme diffractant D perpendiculaire à l'axe optique.

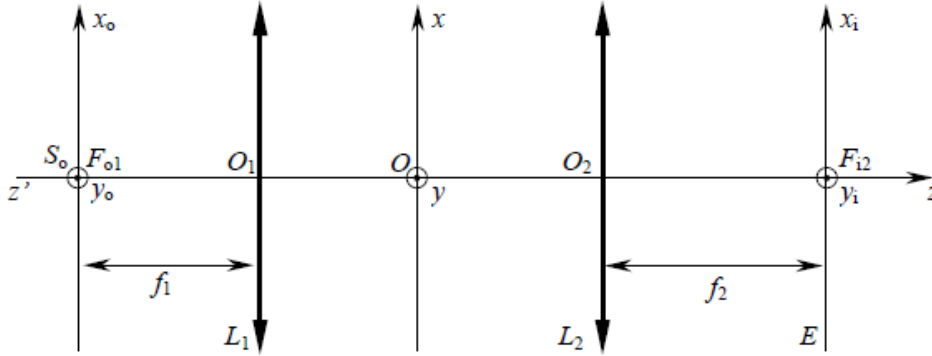


FIG. 1 –

2.1 Diffraction par une fente rectangulaire

Le diaphragme D est constitué d'une fente rectangulaire centrée sur l'axe optique, de largeur a (dans le sens Ox) et de longueur b (dans le sens Oy).

1. Définir la transmittance en amplitude $t_1(x, y)$ du diaphragme D .
2. Déterminer l'expression de l'amplitude complexe de la fonction d'onde $\psi_1(u, v)$ diffractée en un point M de l'écran d'observation repéré par ses fréquences spatiales u et v . On donnera les expressions de u et v en fonction des coordonnées x_i et y_i du point M .
3. Que devient cette expression si $b \gg a$?
4. En déduire l'expression de l'intensité diffractée $I_1(M)$. Représenter $I_1(x_i)$ en précisant les abscisses des minima d'intensité.

Application Numérique : $\lambda = 546 \text{ nm}$, $a = 100 \lambda$ et $f_2 = 50 \text{ cm}$.

2.2 Diffraction par trois fentes rectangulaires

Le diaphragme D est maintenant constitué de trois fentes rectangulaires de largeur a (dans le sens Ox) et de longueur b (dans le sens Oy). Ces dimensions sont telles que $b \gg a$. Ces fentes sont distantes de d , la fente centrale étant centrée sur l'axe optique. (cf. figure 2).

1. Définir la transmittance en amplitude $t_2(x, y)$ du diaphragme D .
2. Montrer que l'expression de l'amplitude complexe de la fonction d'onde $\psi_2(u, v = 0)$ diffractée en un point M de l'écran d'observation repéré par ses fréquences spatiales u et v s'écrit : $\psi_2(u, v = 0) = K_1 \text{sinc}(ua) [1 + K_2 \cos(K_3 u)]$ et donner les expressions de K_1 , K_2 et K_3 .
3. En déduire l'expression de l'intensité diffractée $I_2(u, v = 0)$.
4. Que devient l'expression de l'intensité $I_2(u, v = 0)$ si la largeur des fentes $a \rightarrow 0$?
5. Reproduire et compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

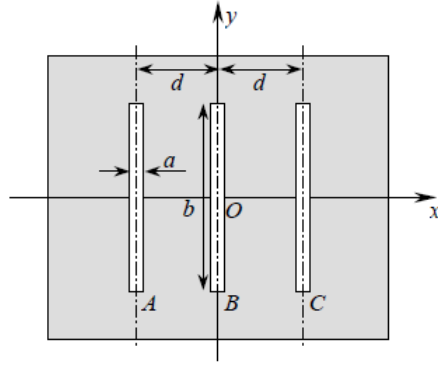


FIG. 2 –

u	0	$\pm \frac{1}{4d}$	$\pm \frac{1}{3d}$	$\pm \frac{1}{2d}$	$\pm \frac{2}{3d}$	$\pm \frac{3}{4d}$	$\pm \frac{1}{d}$
$\frac{I_2(u, v=0)}{a^2 b^2}$							

6. A partir des valeurs calculées dans le tableau ci-dessus, représenter $I_2(u)$ pour $-\frac{1}{d} < u < \frac{1}{d}$.

2.3 Introduction d'une lame de mica

Une lame de mica d'indice n et d'épaisseur e constante est placée sur l'axe optique devant la fente centrale de largeur a . Cette lame de mica introduit une différence de chemin optique δ supplémentaire entre l'onde issue de la fente centrale et les ondes issues des fentes A et C .

- Donner l'expression de la différence de chemin optique δ en fonction de e et n puis le déphasage φ qui en résulte.
- En déduire la transmittance en amplitude $\underline{t}_3(x, y)$ du système diffractant formé par le diaphragme à trois fentes et la lame de mica.
- Montrer que l'amplitude complexe de la fonction d'onde $\underline{\psi}_3(u, v = 0)$ diffractée par ce dispositif en un point M de l'écran d'observation repéré par ses fréquences spatiales u et v s'écrit :
 $\underline{\psi}_3(u, v = 0) = K'_1 \text{sinc}(ua) [e^{i\varphi} + K'_2 \cos(K'_3 u)]$ et donner les expressions de K'_1 , K'_2 et K'_3 .
- L'épaisseur e de la lame de mica est telle que $\delta = \frac{\lambda}{4}$. En déduire les expressions du déphasage φ correspondant et de $\underline{\psi}_3(u, v = 0)$.
- En déduire l'expression de l'intensité $I_3(u, v = 0)$ correspondante si la largeur des fentes $a \rightarrow 0$.
- Reproduire et compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

u	0	$\pm \frac{1}{4d}$	$\pm \frac{1}{2d}$	$\pm \frac{3}{4d}$	$\pm \frac{1}{d}$
$\frac{I_3(u, v=0)}{a^2 b^2}$					

7. A partir des valeurs calculées dans le tableau ci-dessus, représenter $I_3(u)$ pour $-\frac{1}{d} < u < \frac{1}{d}$.

2.4 Mesure de l'épaisseur de la lame de mica

La lame de mica, en retardant l'onde issue de la fente centrale par rapport aux deux autres, joue le même rôle qu'une lentille faiblement convergente disposée devant le diaphragme à trois fentes. Ainsi, les variations d'intensité observées en M avant l'introduction de la lame de mica peuvent être retrouvées si l'on déplace l'écran d'observation d'une quantité notée d vers la lentille L_2 en un point M' . Nous allons montrer que la mesure de cette distance d permet de déterminer l'épaisseur e de la lame de mica si l'on connaît son indice n .

- Les schémas de la figure 3 ci-dessous permettent de préciser les positions des trois fentes A , B et C ainsi que celle de la lame de mica et des points M et M' . Ils ne sont en aucun cas une représentation du montage expérimental complet.

- a) - En l'absence de lame de mica, exprimer la différence de chemin optique δ_1 en M entre les ondes issues des fentes C et B en fonction des distances CM et BM (cf. fig 3a).
- b) - La lame de mica étant en place devant la fente centrale, exprimer la différence de chemin optique δ_2 en M' entre les ondes issues des fentes C et B en fonction de e , n et des distances CM' et BM' (cf. fig 3b).
- c) - Les répartitions d'intensité observées en M sans lame de mica et en M' avec lame de mica étant identiques, quelle relation simple lie δ_1 et δ_2 ?

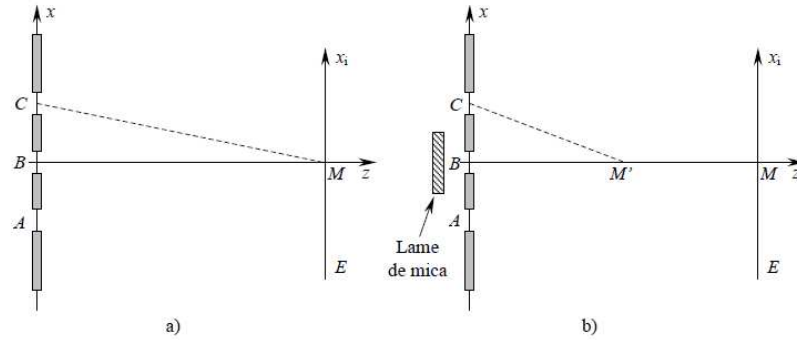


FIG. 3 –

2. – a) - A l'aide de la figure 4, exprimer CM' en fonction de CM , d et α .
- b) - A l'aide de la figure 4, exprimer BM' en fonction de BM et d .

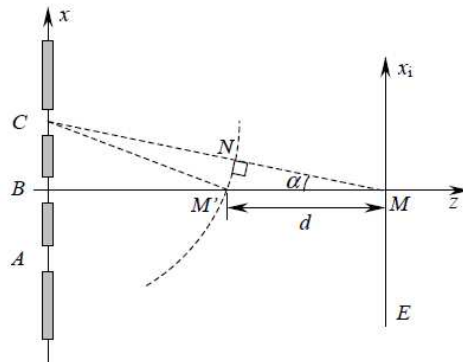


FIG. 4 –

3. En utilisant les relations établies ci-dessus, montrer que

$$e = d \frac{1 - \cos \alpha}{n - 1}$$

4. On mesure $\alpha = 10'$ et $d = 10$ cm. En déduire l'épaisseur e de la lame de mica si son indice est $n = 1,5$.

Cette méthode de mesure des très faibles épaisseurs a été introduite en 1949 par l'opticien néerlandais Frederik Zernicke (1888-1966).