Licence de Physique L2 — Janvier 2010

Université Paul Sabatier

Examen d'Electricité (1H30)

1/ Question de Cours : ***8 pts***

Montage dérivateur :

a) Donner le schéma de principe [ampli-op (idéal) + composants : condensateur de capacité C et résistance R] du montage dérivateur.

b) Après avoir exprimé u_e et u_s en fonction de i, donner l'équation caractéristique, c'est à dire u_s en fonction de u_e . Justifier la fonction « dérivateur ».

c) Pour un signal d'entrée triangulaire $u_e(t)$ donné, représenter le graphe $u_s(t)$.

d) Montrer que la fonction de transfert de ce filtre est de la forme $H(j\omega) = \underline{u}_s / \underline{u}_e = -j\,\omega/\omega_c$, avec ω_c la pulsation de coupure dont on donnera l'expression.

e) Calculer l'expression du gain G et représenter le diagramme de Bode $(G = 20 \log |H(j\omega)|)$ en fonction de $\log f$. Quelle est la nature de ce filtre ?

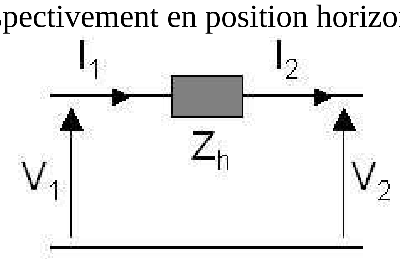
f) Calculer l'expression de Φ, l'argument de la fonction de transfert $H(j\omega)$. Représenter Φ en fonction de $\log f$. On rappelle que $H(j\omega) = |H(j\omega)|\, e^{j\Phi}$

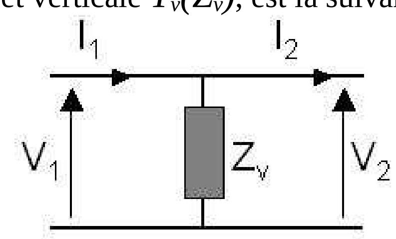
g) Comment modifier le montage précédent pour obtenir la fonction « intégrateur » ?

h) Quelle est la nature du filtre ainsi modifié ? Quelle est l'inconvénient de ce type de montage aux très basses fréquences ? Comment y remédier ?

2/ Problème : ***12 pts***

a) Démontrer que la forme des matrices élémentaires pour un composant d'impédance Z, respectivement en position horizontale $T_h(Z_h)$ et verticale $T_v(Z_v)$, est la suivante :

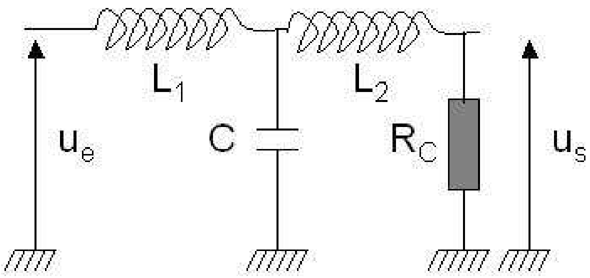




$$T_h(Z_h) = \begin{vmatrix} 1 & -Z_h \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \qquad T_V(Z_V) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{1}{Z_V} & 1 \end{vmatrix}$$

On rappelle que $\begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = T(Z) \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix}$

Filtre passe-bas de Butterworth (figure ci-dessous) :



b) On considère tout d'abord la cellule 1 constituée de L_1 et C.
Applications : Ecrire $T_h(L_1)$ et $T_v(C)$.

c) Montrer que $T_V(C)T_h(L_1) = \begin{vmatrix} 1 & -jL_1\omega \\ -jC\omega & 1-L_1C\omega^2 \end{vmatrix}$

d) Montrer que la fonction de transfert en tension de la cellule 1 s'écrit :
$H_1(x)=\frac{1}{1-x^2}$, où x est la fréquence réduite ($x = \omega/\omega_1 = f/f_1$) par une fréquence caractéristique f_1 dont on donnera l'expression en fonction des constantes du circuit..

e) Calculer le gain G et représenter le diagramme de Bode en fonction de $\log x$.
A quel type de filtre correspond la cellule 1 ?

f) On considère maintenant l'ensemble du filtre, constituée des cellules 1 et 2 (cette dernière est donc constituée des composants L_2 et R_c). On donne la matrice de transfert de l'ensemble du filtre: $H(x)=\frac{1}{1+c_1(jx)+c_2(jx)^2+(jx)^3}$, expression dans laquelle x est la fréquence réduite ($x = \omega/\omega_0 = f/f_0$) par une fréquence $f_0 = \omega_0/2\pi = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{R_c}{L_1L_2C}\right)^{1/3}$; On donne également les expressions de $c_1=\frac{L_1+L_2}{R_c}\omega_0$ et $c_2=L_1C\omega_0^2$.

Comment choisir les facteurs c_1 et c_2 pour un filtre de Butterworth d'ordre 3 ?
(autrement dit comment choisir de c_1 et c_2 tels que: $1+ c_1(jx) + c_2(jx)^2 + (jx)^3 = 1+x^6$)

g) En déduire les expressions de L_1/R et L_2/R en fonction de f_0. Calculer L_2 , C et R_C pour $fo = 10$ *KHz et* $L = 0{,}5$ *mH.*

h) Tracer le diagramme de Bode associé à $H(x) = \frac{1}{1+x^6}$.