

Examen d'optique - 2L30PCM

durée 2h30

calculatrice de poche autorisée – documents interdits

A Problème d'optique géométrique : objectif de photocopieur

Pour photocopier un document, on forme l'image de l'original sur une surface photosensible à l'aide d'un objectif de reproduction. On souhaite réaliser des agrandissements et réductions permettant le passage entre formats standards ($A4 \leftrightarrow A3$, $A4 \leftrightarrow A5$, ...). Le rapport des longueurs (ou des largeurs) entre le format $A(n)$ et le format $A(n+1)$ est $\sqrt{2}$. Les positions du document et de la surface photosensible étant fixes, on cherche à concevoir un objectif à lentilles mobiles réalisant ce cahier des charges. On limite l'étude à un objectif constitué de lentilles minces. La position du document est repérée par le point A_0 , celle de la surface photosensible par le point A_i .

La distance entre le document et le récepteur photosensible est de 384 mm.

On positionne à 180 mm du récepteur une première lentille mince divergente L_1 de distance focale $f_1' = -90$ mm et de centre optique O_1 .

- Rappeler les différentes combinaisons objet réel/virtuel et image réelle/virtuelle que l'on peut obtenir avec une lentille divergente. La lentille L_1 peut-elle donner une image du document sur le récepteur ?
- On ajoute une lentille mince L devant la lentille L_1 à 180 mm du document à reproduire. On note O son centre optique. (Figure 1)

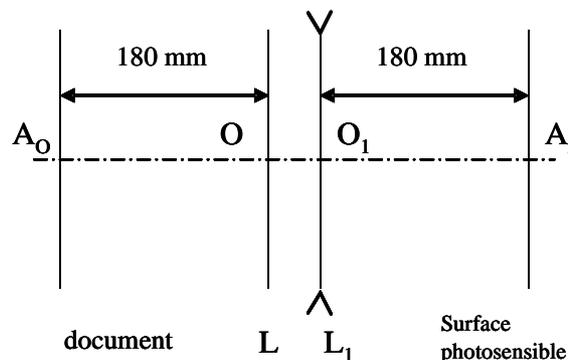


Figure 1

- 2.1 La lentille L doit-elle être divergente ou convergente ? Justifier votre réponse.
- 2.2 Calculer la distance focale image f' de cette lentille pour obtenir une image réelle du document sur le récepteur.
- 2.3 Quel est alors le grandissement transversal G_{tl} du montage ? Quel type de reproduction ($A4 \leftrightarrow A3$, $A4 \leftrightarrow A5$, ...) cet objectif permet-il de réaliser ?

3. La lentille L est en fait constituée de deux lentilles accolées L_2 et L_3 , L_2 étant identique à L_1 . On note O_2 et O_3 leurs centres optiques respectifs. Quelle est la nature de la lentille L_3 ? Justifiez votre réponse. Calculer sa focale f_3' .

4. On translate alors la lentille L_3 afin de l'accoler à L_1 . Montrer que l'image du document reste sur le récepteur et calculer le grandissement transversal G_{t2} de ce nouveau montage. En déduire le type de reproduction auquel il correspond.

B Problème d'optique ondulatoire : dispositif des fentes d'Young et applications

On considère le montage optique schématisé sur la figure 2 ci-dessous ; il comprend :

- deux lentilles minces convergentes (L_1) et (L_2) d'axe optique commun ($z'z$), de centres O_1 et O_2 , de distances focales f_1' et f_2' respectivement ;
- une source ponctuelle S_0 de longueur d'onde λ_0 , placée au foyer principal objet F_{O1} de la lentille (L_1) ;

On place entre les deux lentilles un diaphragme (D) de centre O, situé sur ($z'z$), comportant deux fines fentes disposées de part et d'autre de O (Figure 3).

Les deux fentes sont identiques, de largeur a selon Ox et de longueur b selon Oy, et distantes de d . On considèrera que $b \gg a$.

On donne $a = 0,5 \text{ mm}$, $d = 2,5 \text{ mm}$, $f_2' = 25 \text{ cm}$ et $\lambda_0 = 546,07 \text{ nm}$

1. Etude du dispositif des fentes d'Young

Dans cette partie du problème on assimilera l'indice de réfraction de l'air à celui du vide.

1.1 Définir la transmittance $t(x,y)$ du diaphragme (D).

1.2 Calculer la répartition de l'intensité lumineuse $I(X)$ au point P(X) dans le plan focal image de (L_2). On se limite ici à l'étude de la diffraction aux petits angles, soit $\theta \ll 1$ (P au voisinage du foyer image F_{i2} de L_2).

Mettre le résultat sous la forme du produit de deux termes : l'un correspondant à la diffraction caractéristique de chaque fente, l'autre aux interférences à deux ondes issues de chaque fente. Exprimer l'interfrange i associée à ces interférences et écrire $I(X)$ en fonction de i .

1.3 Représenter $I(X)$. Pour l'axe des abscisses, on respectera les proportions et on fera figurer 15 franges d'interférences. Application numérique : calculer i . Les franges peuvent-elles être observées à l'œil nu ? Quel système optique préconisez-vous pour visualiser ces franges et effectuer les mesures ?

1.4 Exprimer l'intensité $I(P)$ en fonction de la différence de chemin optique ΔL entre les trajets F_2 -P et F_1 -P, correspondant à des ondes émises dans la direction définie par θ .

On complètera la figure de la question 1.3, en y faisant figurer l'ordre d'interférence p pour chacun des maxima. On rappelle que $p = \Delta L / \lambda_0$.

2. Mesure de l'indice de réfraction de l'air.

On cherche à mesurer l'indice de l'air n_{air} , à l'aide du dispositif décrit ci-dessous. On notera Δn l'écart par rapport à l'indice de réfraction du vide, soit $n_{air} = 1 + \Delta n$.

Entre L_1 et le diaphragme D, on place deux cuves identiques en verre, l'une devant F_1 et l'autre devant F_2 , respectivement notées C_1 et C_2 (voir figure 4). Elles sont cylindriques, limitées par deux lames à faces parallèles. La longueur entre ces faces est $\ell = 10$ cm. Les axes des cylindres sont parallèles à l'axe z' .

Initialement les deux cuves contiennent de l'air à pression atmosphérique. Alors que l'on maintient cet air dans la cuve C_1 , on fait progressivement le vide dans C_2 à l'aide d'un système de pompage. Au cours de cette opération, on voit, dans le plan focal de L_2 en F_{i2} , défiler η_v franges d'interférences. On en déduit le déplacement X_v du système de franges lorsque le vide a été obtenu : $X_v = \eta_v \times i$.

2.1 Montrer que l'on peut expliquer le déplacement du système de franges en considérant la différence de chemin optique $\Delta L'$ dans cette nouvelle configuration. Trouver le sens dans lequel le système de franges se déplace (sens des X positifs ou négatifs), en examinant, par exemple, le déplacement de la frange d'ordre $p = 0$.

2.2 Montrer que le déplacement du système des franges s'écrit : $X_v = (\Delta n \ell f_2')/d$. En déduire η_v .

2.3 On a mesuré $\eta_v = 53,5$ franges. En déduire Δn .

2.4 Evaluer l'incertitude sur ce résultat, sachant que l'incertitude sur ℓ vaut 0,5 mm et que l'on peut déceler le passage de 0,25 frange. On considèrera qu'il n'y a pas d'incertitude sur λ_0 . Commenter.

2.5 Quel est le rôle de la cuve C_1 dans cette expérience ?

3 Détection de gaz nocif

3.1 Les cuves C_1 et C_2 contenant initialement de l'air, on remplace progressivement l'air de la cuve C_1 par du monoxyde de carbone (CO) d'indice de réfraction n' . On constate un défilement vers le haut (sens des X positifs) de $\eta_v' = 7,75$ franges. En déduire n' .

3.2 Quel est la plus petite fraction molaire x_{CO} de CO que l'on pourrait détecter dans un mélange CO + air grâce à ce dispositif interférentiel ?

On précise que l'indice de réfraction n'' du mélange est donné par $n'' = n' x_{CO} + (1-x_{CO})n_{air}$. Comment pourrait-on améliorer la sensibilité du dispositif ?

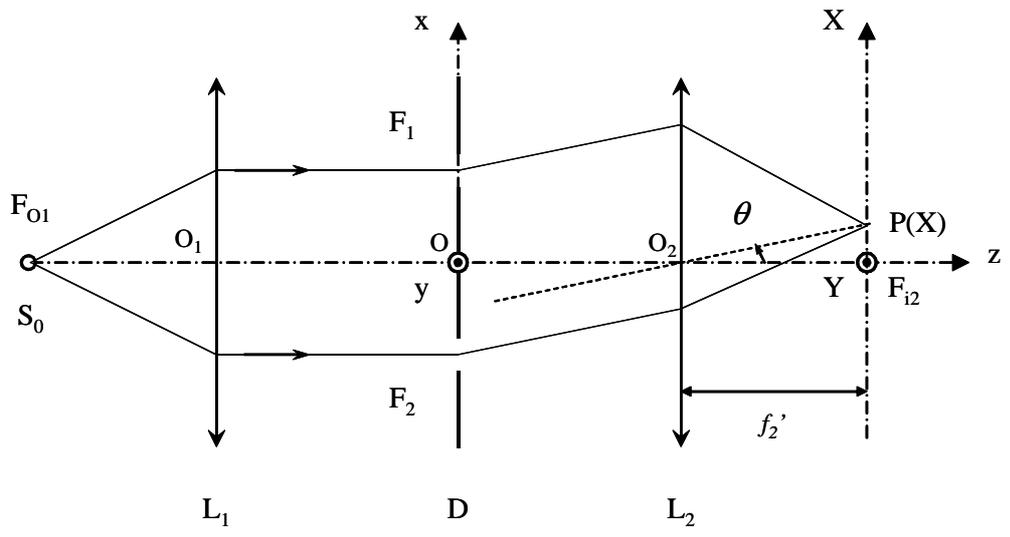


Figure 2

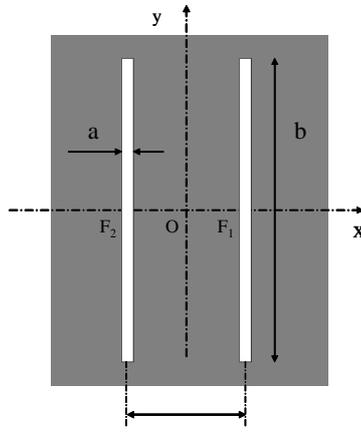


Figure 3

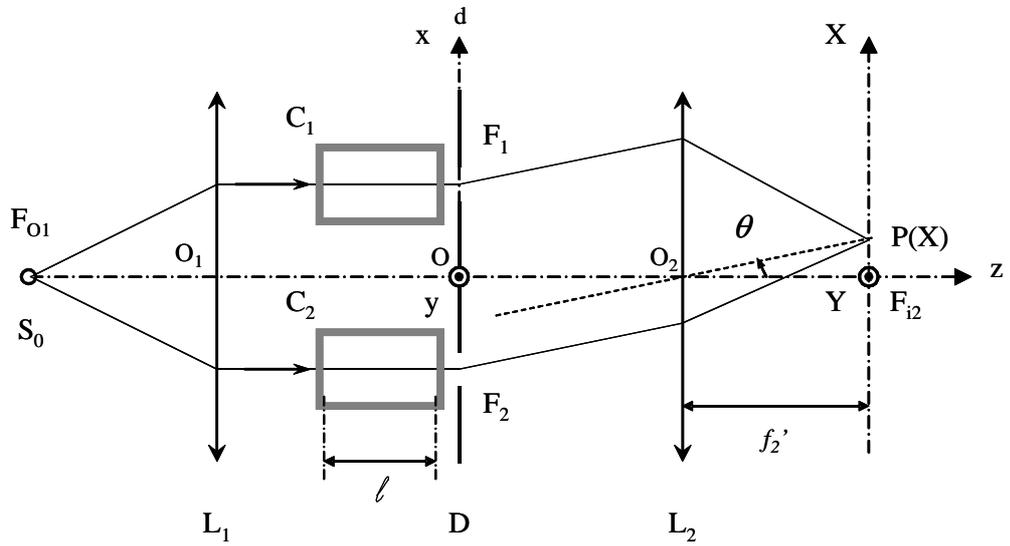


Figure 4