

MATHEMATIQUES (2L3PY7M)

Examen session janvier

25 janvier 2008

Durée 2 heures, aucun document n'est autorisé

Exercice I

Calculer le volume limité par le cylindre $y^2 + z^2 = 4$, le secteur $y \geq 0, z \geq 0$, et les deux plans $x + y = 2$ et $2y + x = 6$. Dessiner.

Exercice II

a) Calculer l'intégrale curviligne

$$\mathcal{I} = \int_C \vec{V} \cdot d\vec{s}$$

où \vec{V} est le champ vectoriel $(-x^2y, xy^2)$ et C est le cercle défini par $x^2 + y^2 = 4$.

b) Calculer cette même intégrale \mathcal{I} en appliquant la formule de Green.

Exercice III

Calculer l'intégrale

$$\iint_T \cos\left(\frac{y-x}{y+x}\right) dx dy,$$

où T est la région trapezoidale donnée par les quatre points $(1, 0), (2, 0), (0, 2), (0, 1)$.

Exercice IV

Soit D un domaine 2D borné par une courbe fermée simple C . Montrer grâce à la formule de Green que le barycentre (\bar{x}, \bar{y}) de D est donné par les expressions

$$\bar{x} = \frac{1}{2A} \oint_C x^2 dy, \quad \bar{y} = \frac{1}{2A} \oint_C y^2 dx,$$

où A est l'aire de D . Calculer ensuite le barycentre d'un demi-cercle.

Exercice V

Calculer le volume maximal d'une boîte rectangulaire (fermée) dont la surface totale est de 1500 cm^2 et dont la longueur totale des arêtes est de 200 cm .